NIVEL 1

UNIDAD1: "NÚMEROS"

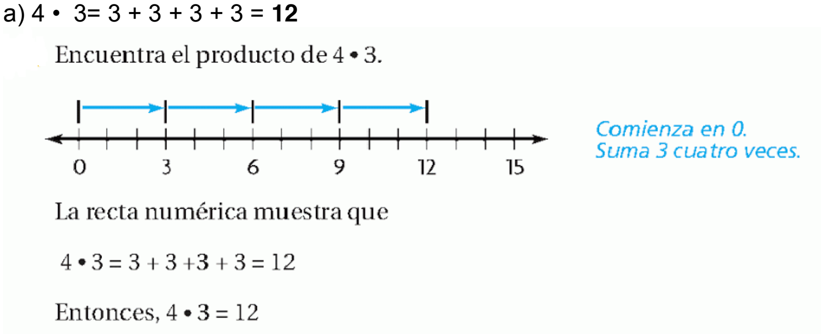
0A1 Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:
-Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica. - Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. - Aplicando la regla de los signos de la operación. -Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.

CLASE1 OBJETIVO: resolver multiplicaciones en el conjunto de los números enteros.

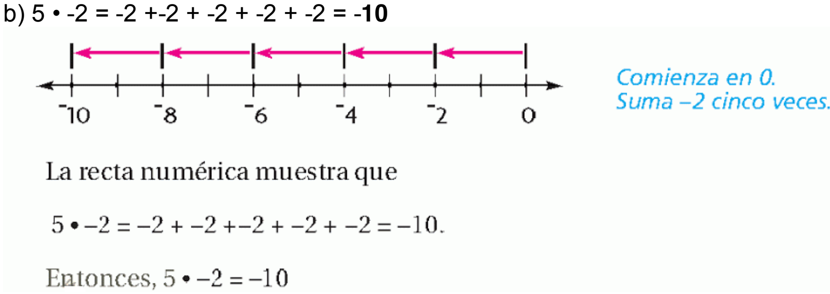
Inicio: Las expresiones (–14) + (–14) + (–14) + (–14) + (–14) y (–14) • 5
¿Son equivalentes?, ¿por qué?, ¿cuál es el resultado en cada caso? ¿Cuál es el signo del resultado de una multiplicación entre dos números si uno de los factores es un número natural y el otro es un número entero negativo? **(Escriba sus respuestas en su cuaderno.)**

Desarrollo: Se resuelven ejercicios de similares características a los expuestos al inicio de la clase, los cuales pretenden que relacionen, sus conocimientos previos, relacionados con la multiplicación de números naturales, y los utilicen para multiplicar un número natural por un número entero negativo. Ejemplos: Escribir como una adición y resolver. Puede ayudarse con la recta numérica para resolver la adición.

a) 4 • 3= 3 + 3 + 3 + 3 = **12**

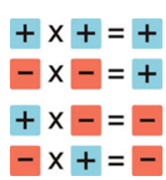


b) 5 • -2 = -2 +-2 + -2 + -2 + -2 = **-10**



Actividad 1: Aplican su conocimiento del concepto de multiplicación como adición iterada de un mismo sumando y grafican en una recta numérica: (**escribe el desarrollo en tu cuaderno)**
Guíese por el ejemplo: **(-3) • 4 = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12**
a) (–5) • 2 =
b) (-10) • 6 =
c) 2 • 3 =
d) (–1) • 6 =

Luego de resolver los ejercicios se puede establecer la ley de los signos.



<u>Actividad2:</u> A continuación, resuelven guía de aprendizaje.

<u>Guía1 de Aprendizaje. Multiplicación de números enteros</u>

+ x + = + Ley de los signos
− x − = +
+ x − = −
− x + = −

1. Calcula las siguientes multiplicaciones, realizando la recta numérica necesaria. **En forma ordenada escriben en su cuaderno el desarrollo de cada uno de los ejercicios.**

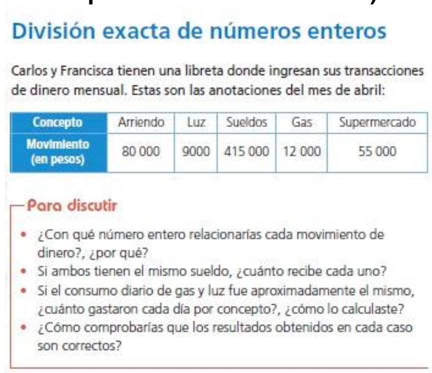
a) $(-10) \cdot (-4) =$	b) $(-2) \cdot 8 =$
c) $8 \cdot (-9) =$	d) $(-3) \cdot 6 =$
e) $(-12) \cdot (-4) =$	f) $(-7) \cdot 2 =$

2. Completa con el factor que falta en cada multiplicación.

a) $4 \cdot \_\_\_ = 12$	b) $\_\_\_ \cdot (-6) = 0$
c) $(-3) \cdot \_\_\_ = -27$	d) $\_\_\_ \cdot 5 = -125$
e) $9 \cdot \_\_\_ = -540$	f) _____ · 200 = -1.000

Cierre: ¿qué propiedades se cumplen en la adición de números enteros? Estas propiedades, ¿se cumplen en la multiplicación?, ¿cuál será el elemento neutro en la multiplicación de números enteros? **(Escriba sus opiniones en su cuaderno.)**

<u>CIASE2 OBJETIVO</u>: calcular el cociente entre dos números enteros.
Inicio: Se toma como base los conceptos trabajados en la clase anterior, debido a que es importante identificar que las operaciones multiplicación y división de números son inversas, por lo cual se les invita a responder preguntas que aparecen en lámina que se muestra a continuación: **(Escriba sus respuestas en su cuaderno.)**



División exacta de números enteros

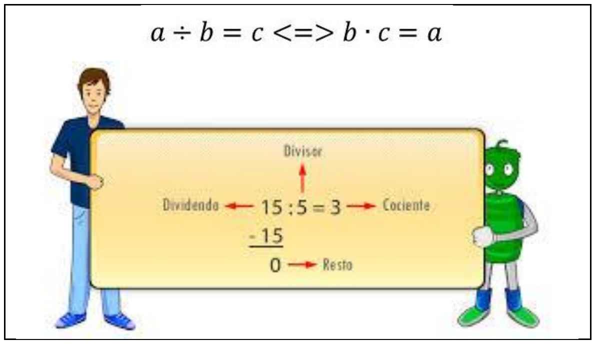
Carlos y Francisca tienen una libreta donde ingresan sus transacciones de dinero mensual. Estas son las anotaciones del mes de abril:

Concepto	Arriendo	Luz	Sueldos	Gas	Supermercado
Movimiento (en pesos)	80 000	9000	415 000	12 000	55 000

Para discutir

- ¿Con qué número entero relacionarías cada movimiento de dinero?, ¿por qué?
- Si ambos tienen el mismo sueldo, ¿cuánto recibe cada uno?
- Si el consumo diario de gas y luz fue aproximadamente el mismo, ¿cuánto gastaron cada día por concepto?, ¿cómo lo calculaste?
- ¿Cómo comprobarías que los resultados obtenidos en cada caso son correctos?

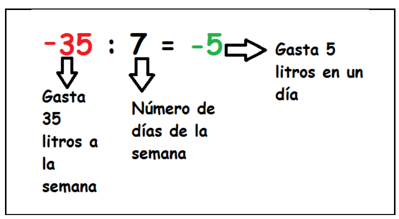
Desarrollo: El algoritmo de la división, partes y su interpretación: 15 : 3= 5
Porque 5 x 3 = 15, o en términos más generales:



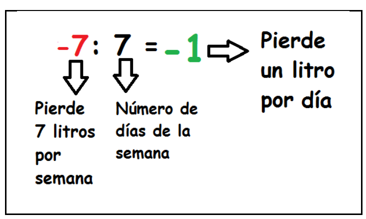
Leen y analizan la siguiente situación:

"Juan gasta en promedio 35 litros de bencina a la semana. Su auto presenta cierto desperfecto y pierde 7 litros por semana, con lo que decide usarlo solo 3 en vez de 7 días. ¿Cuánta bencina gastará Juan?".

Para resolver la situación. Se puede plantear de la siguiente manera:



Luego de resuelta la primera parte del problema, se debe calcular lo que pasa con el desperfecto que tiene el auto, para esto, se puede plantear de la siguiente manera:



Por último, se calcula lo que gastará Juan en los días que andará en auto.

"Como: $-5 + (-1) = -6$, entonces Juan gastará en promedio 6 litros por día. En consecuencia, en tres días gastará $6 \cdot 3 = 18$".

Como pudieron ver se relacionan las divisiones con la ley de los signos visto en la multiplicación. A continuación, la ley de los signos en la división es:

$+ : + = +$

$- : - = +$

$+ : - = -$

$- : + = -$

Actividad: A continuación, resuelven guía de aprendizaje.

Guía2 de aprendizaje. División de números enteros

En forma ordenada escriba el desarrollo en su cuaderno de cada uno de los ejercicios.

1. Calcula el cociente en cada caso. Para ello, utiliza el algoritmo de la división.

a) $144: 12 \ =$ b) -$3.600: 6 \ =$

c) $222: 444 \ =$ d) $-250: (-7.500) \ =$

e) $560: |-4| \ =$ f) $-1.005: 5 \ =$

2. Evalúa para qué valor la igualdad es verdadera. Para ello, calcula dicho valor.

a) $1.000: x \ = \ 1.000$ X= b) -169: 13 = Y=

c) $z: 32 \ = \ 9$ Z= d) $-7.777: w \ = \ 1$ W=

3. Resuelve los siguientes problemas.

a) Un estanque que contiene 2.256 litros, tiene un sistema de desagüe que varía la cantidad de líquido que desaloja. Si se quiere desocupar el estanque en 8 horas, ¿cuál es la cantidad de agua que debe salir cada hora por el desagüe?

b) Un montañista se encuentra en la cima de un monte, a 300 mt. sobre el nivel del mar. Al cabo de 5 horas se halla a 144 mt. sobre el nivel del mar.

- ¿El recorrido fue en ascenso o descenso? Justifica tu respuesta.

- ¿Cuántos metros por hora recorrió el montañista?

Cierre: Vamos concluyendo

- Para cerrar resuelve en tu cuaderno la siguiente operación:

$$4 \ - \ 6 \cdot (-3) \ + \ 11 - 9 \div 3 =$$

OA4 Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales: estimándolas de manera intuitiva, representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica, aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.

CLASE3 OBJETIVO: Resolver problemas que involucran el cálculo de raíces cuadradas. Estimar raíces cuadradas.

Inicio: ¿Cómo ubicar raíces en una recta numérica? ¿Cómo calcular el área de un cuadrado? ¿Cómo calcular el perímetro de un cuadrado?

Desarrollo: Anote el ejercicio en su cuaderno y luego resuelva.
A) Se están haciendo macizos de flores de forma cuadrada, que tienen las siguientes áreas:

1. 50 m².
2. 20 m².
3. 80 m².

- Calcular aproximadamente los lados en la unidad de metros.
- Verificar el resultado multiplicando y redondeando al primer decimal.

Respuesta: Para calcular el resultado correcto, deben realizar los siguientes pasos:

1. $7 \cdot 7 = 49$ ($\sqrt{49} = 7$).
   $7{,}1 \cdot 7{,}1 = 50{,}41$ ($\sqrt{50}$ debería estar a la izquierda de 7,1)
   Entonces, los datos aproximados serán de 7,1 m cada uno.

2. $4 \cdot 4 = 16$ ($\sqrt{16} = 4$).
   $4{,}4 \cdot 4{,}4 = 19{,}63$
   $4{,}5 \cdot 4{,}5 = 20{,}625$ ($\sqrt{20}$ debería estar cerca de 20,25)
   $5 \cdot 5 = 25$ ($\sqrt{25} = 5$)
   Entonces, los datos aproximados serán de 4,5 m cada uno.

3. $8 \cdot 8 = 64$ ($\sqrt{64} = 8$).
   $8{,}8 \cdot 8{,}8 = 77{,}4$
   $8{,}9 \cdot 8{,}9 = 79{,}2$ ($\sqrt{80}$ debería estar cerca de 8,9)
   $9 \cdot 9 = 81$ ($\sqrt{81} = 9$)
   Entonces, los datos aproximados serán de 8,9 m cada uno.

Comprendido y resuelto esto. Escriban y resuelvan otro ejercicio.
B) Si una piscina cuadrada tiene de lado:

1. 20 m.
2. 36 m.

- Calcula cuanto medirá su área total y exprésala en raíces.
- Ubica el área total en la recta numérica.

La respuesta esperada es, $20 \cdot 20 = 400$ y $36 \cdot 36 = 1296$

Ejemplo1:
En un patio de forma rectangular se instalan pastelones cuadrados de lado 1 m. Si en el patio caben 9 pastelones a lo largo y 4 a lo ancho, ¿cuántos pastelones se deben poner a lo largo y a lo ancho de un patio de igual superficie, pero de forma cuadrada?
1.Calculamos el área *A* del patio de forma rectangular: $A = (9 \cdot 4)\ m^2 = 36\ m^2$.
2.Calculamos la medida del lado del patio de forma cuadrada: $\sqrt{36}$ m = 6 m. Luego, se deben poner 6 pastelones a lo largo y a lo ancho del patio.

Anote lo siguiente en su cuaderno: La raíz cuadrada ($\sqrt{}$) de un número natural b corresponde a un único número positivo a que cumple: $a^2 = b$ y se representa como $\sqrt{b} = a$.
El valor de una potencia de la forma $\boldsymbol{a^2}$, con **a** un número natural, se conoce como cuadrado perfecto. Por ejemplo, 64 es un cuadrado perfecto, ya que $8^2 = 64$.

Para obtener el valor de la raíz cuadrada de un número utilizando la calculadora básica, debes digitar el número y luego presionar la tecla $\sqrt{}$.

Ejemplo2:
Estima la raíz cuadrada de 18 y ubícala en la recta numérica.
1.El número 18 no es un cuadrado perfecto, ya que no existe un número *a* ∈ N que cumpla $a^2 = 18$. Por lo tanto, buscamos dos números cuadrados perfectos cercanos a 18.
$a = 2$, entonces $a^2 = 2^2 = 4$ $a = 4$, entonces $a^2 = 4^2 = 16$

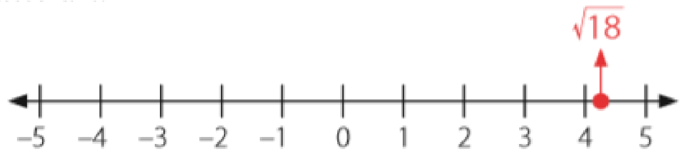
a = 3, entonces $a^2 = 3^2 = 9$ a = 5, entonces $a^2 = 5^2 = 25$

Luego, los números buscados son 16 y 25.

2. Calculamos la raíz cuadrada de cada número.

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$
$$4 < \sqrt{18} < 5$$

3. Como 18 es más próximo a 16 que a 25, entonces $\sqrt{18}$ es más próximo a 4.



> Para **estimar la raíz cuadrada de un número natural d** ($\sqrt{d}$), se pueden elegir dos números x, y ∈ N tal que x < d < y.
> Estos números deben cumplir con la condición de tener raíz cuadrada natural, es decir, $\sqrt{x}$ = c y $\sqrt{y}$ = e, con c, e ∈ N. En general, se consideran c y e dos números consecutivos.
> x < d < y $\sqrt{x} < \sqrt{d} < \sqrt{y}$ c < $\sqrt{d}$ < e

<u>Actividad:</u> A continuación, resuelven guía de aprendizaje.

<u>Guía3 de aprendizaje. Raíces cuadradas.</u>

En forma ordenada escriba el desarrollo en su cuaderno de cada uno de los ejercicios.

1.Cálculo de raíces cuadradas de números enteros positivos

1. $\sqrt{9}$ =	6. $\sqrt{81}$ =
2. $\sqrt{4}$ =	7. $\sqrt{144}$ =
3. $\sqrt{225}$ =	8. $\sqrt{169}$ =
4. $\sqrt{400}$ =	9. $\sqrt{361}$ =
5. $\sqrt{121}$ =	10. $\sqrt{100}$ =

2. Relacionar el contenido del área de cuadrados con sus lados.

En los recuadros aparecen contenidos de áreas de rectángulos y áreas de cuadrados cuyo lado se mide en un número entero. En este caso el área de un cuadrado se mide con un "número cuadrado" entero.

a) Relaciona las áreas de los cuadrados con sus lados correspondientes.

b) Expresa las áreas de los 6 cuadrados con potencias.

36cm² = 6^2 cm² ___ = ___ ___ = ___

___ = ___ ___ = ___ ___ = ___

Cierre: ¿Qué fue lo más complejo de la clase?, ¿por qué? ¿Qué fue lo más sencillo de la clase?, ¿por qué? Explica cómo estimar el valor de una raíz cuadrada. ¿Qué hiciste para corregir tus errores y aclarar tus dudas?

UNIDAD3: "GEOMETRÍA"

0A12 Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.

CLASE4 OBJETIVO: Aplicar el teorema de Pitágoras para resolver diversos problemas geométricos y de la vida cotidiana.

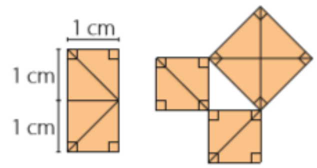
Inicio: ¿Qué aprendiste la clase anterior?

Desarrollo: A continuación, se presenta la validez del teorema de Pitágoras. Transcriba este ejemplo a su cuaderno.

Ejemplo 1

Explica la validez del teorema de Pitágoras.

Según las medidas del siguiente rectángulo, verifica que la suma de las áreas de los cuadrados pequeños es igual al área del cuadrado de mayor tamaño.



1. Notamos que el rectángulo está formado por 4 triángulos congruentes. Calculamos el área (A) del rectángulo:

$$A = (2 \cdot 1)\ cm^2 = 2\ cm^2$$

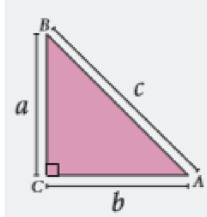
2. El cuadrado de mayor tamaño está formado por 4 triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Por lo tanto, su área es 2 cm^2.

3. Los cuadrados de menor medida están formados por dos triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Luego, el área de cada uno es igual a (2 : 2) cm^2, es decir, 1 cm^2.

4. Sumamos las áreas de los cuadrados de menor tamaño y verificamos que el resultado es igual al área del cuadrado de mayor medida.

$$\underbrace{1\ cm^2 + 1\ cm^2}_{\text{Área cuadrados pequeños.}} = \underbrace{2\ cm^2}_{\text{Área cuadrado grande.}}$$

En un triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras establece que la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.
En el triángulo ABC, a y b representan las medidas de los catetos y c la medida de la hipotenusa.



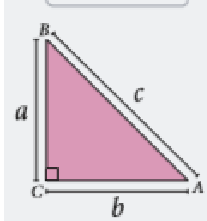
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Si un trío de números naturales cumple con el teorema de Pitágoras, estos números son llamados **trío pitagórico.**

El **recíproco del teorema de Pitágoras** establece que, si se tienen 3 segmentos de medidas a, b y c que cumplen con la igualdad:

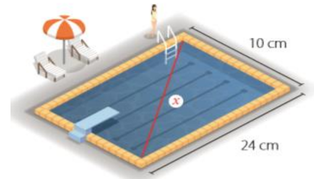
$$\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$$

entonces el triángulo formado por estos segmentos es un triángulo rectángulo.

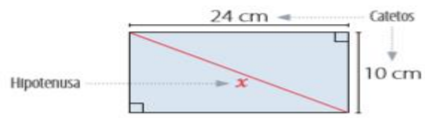


Ejemplo2: ¿Cuál es la distancia máxima que una persona puede nadar en una piscina de forma rectangular que mide 24 m de largo y 10 m de ancho si solo puede hacerlo en línea recta?

1. Si solo puede nadar en línea recta, la distancia máxima (x) corresponde a la diagonal de la superficie de la piscina.



2. Notamos que la diagonal de la piscina determina dos triángulos rectángulos.



3. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal (x) de la piscina.

$$x^2 = 24^2 + 10^2$$
$$x^2 = 576 + 100$$
$$x^2 = 676$$
$$x = \sqrt{676} \text{ m}$$
$$x = 26 \text{ m}$$

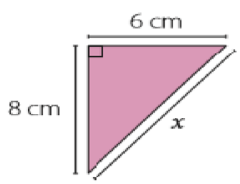
Actividad: A continuación, resuelven guía de aprendizaje.

Guía4 de aprendizaje. Teorema de Pitágoras.

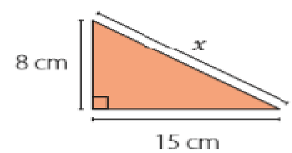
En forma ordenada escriba el desarrollo en su cuaderno de cada uno de los ejercicios.

1)Calcula la medida del lado desconocido (x) en cada triángulo.

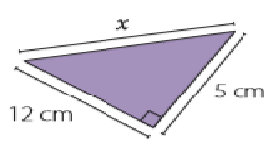
a.



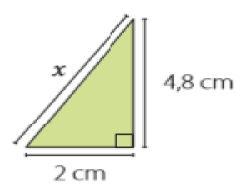
c.



b.

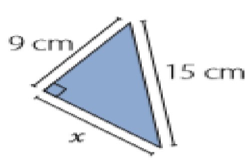


d.

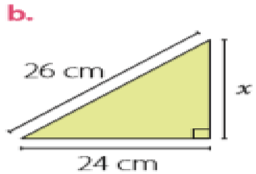


2)Calcula el perímetro (P) y el área (A) de cada triángulo.

a.



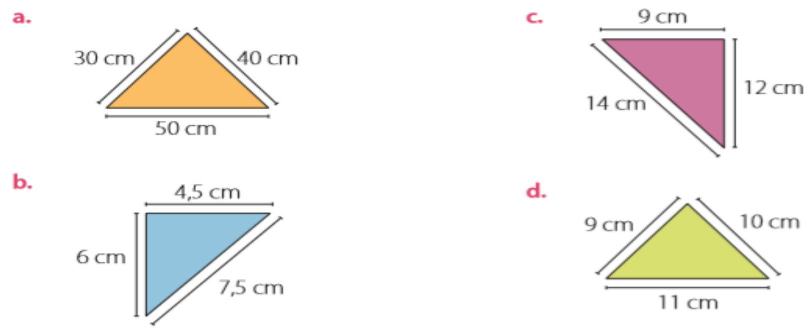
b.



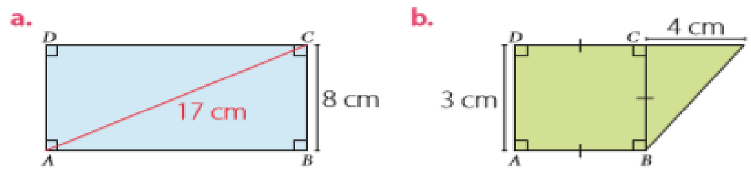
3)Evalúa si los siguientes tríos de números forman tríos pitagóricos. Considera a y b como la medida de los catetos y c como la medida de la hipotenusa.

	a.	b.	c.	d.
a	9	5	15	21
b	12	2	36	28
c	15	13	39	35

4) Identifica los triángulos rectángulos y justifica tu elección.



5) Calcula el perímetro (P) y el área (A) de las siguientes figuras. Si es necesario, utiliza una calculadora.



Cierre: ¿Cuánto tiempo necesité para realizar la actividad? ¿Qué fue lo que más me costó aprender? ¿Qué pasos sigues al aplicar el teorema de Pitágoras?

Referencia bibliográfica/links páginas web:
Aprendoenlinea.mineduc.cl
Plataforma Masterclass.
Texto del estudiante y del docente, editorial Santillana.
Texto del estudiante 8vo año básico.

ANOTA EN TU CUADERNO LA IDENTIFICACIÓN DE CADA CLASE, COMO TAMBIÉN EL DESARROLLO DE CADA UNA DE LAS CLASES Y GUIAS DE APRENDIZAJE SUGERIDAS

SEAN EXTREMADAMENTE ORDENADOS, PONIENDO FECHAS, TÍTULOS DE LA ACTIVIDAD, ETC.

AL FINALIZAR CADA UNA DE SUS CLASES, DEBE TRANSCRIBIR ESTE CUADRO EN SU CUADERNO Y RESPONDER LAS PREGUNTAS QUE APARECEN ELLA.
REVISA TUS RESPUESTAS Y LUEGO REVISA TU NIVEL DE APENDIZAJE, UBICANDO LA CANTIDAD DE RESPUESTAS CORRECTAS, EN LA SIGUIENTE TABLA.

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ______________________________.