



## GUIA DE MATEMATICA DIFERENCIADA

<b>ESTUDIANTE:</b>	<b>N° de LISTA:</b>
<b>PROFESOR (A): Cristian Alejandro Rojas R.</b>	
<b>CURSO: 4° Medio</b>	
<b>ASIGNATURA: diferenciado de matemática</b>	

**Habilidades:** Reconocer, Analizar.

**Objetivo de Aprendizaje:** Calcular máximo o mínimo de una función cuadrática aplicando derivadas parciales.

Indicaciones Generales: Estimado estudiante:

- 1) Guíate por los ejemplos entregados para responder las actividades.
- 2) Realiza el desarrollo en la misma guía o en tu cuaderno el que se revisara más adelante
- 3) Resuelve cada uno de los ejercicios en forma clara y ordenada.
- 4) Le deseo mucho éxito y espero que pronto nos volvamos a ver.

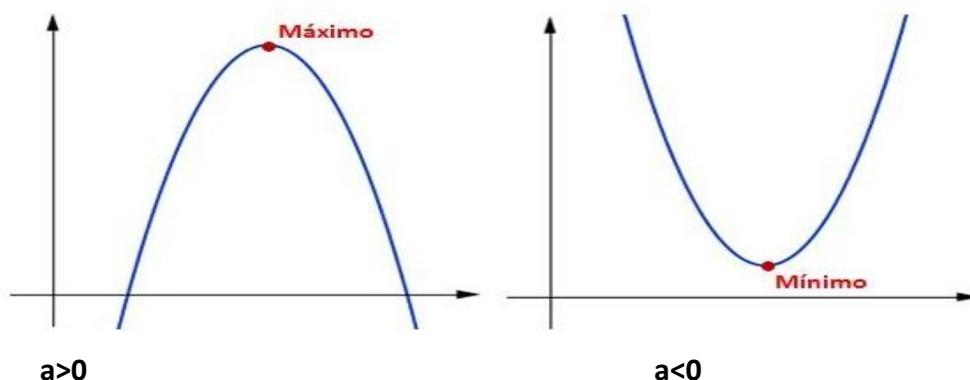
### **Aplicaciones de la derivada. (Máximos y mínimos) MAXIMOS Y MINIMOS RELATIVOS**

Entre los valores que puede tener una función  $f(x)$ , puede haber uno que sea el más grande y otro que sea el más pequeño. A estos valores se les llama respectivamente punto máximo y punto mínimo absolutos. Si una función continua es ascendente en un intervalo y a partir de un punto cualquiera empieza a decrecer, a ese punto se le conoce como punto crítico máximo relativo, aunque comúnmente se le llama solo máximo. Por el contrario, si una función continua es decreciente en cierto intervalo hasta un punto en el cual empieza a ascender, a este punto lo llamamos punto crítico mínimo relativo, o simplemente mínimo. Una función puede tener uno, ninguno o varios puntos críticos. Mediante unos gráficos veamos unos ejemplos de curvas sin máximos ni mínimos, lo que comúnmente se llama una función sin máximos ni mínimos



Mediante unos gráficos veamos unos ejemplos de la función cuadrática:

**Recordando que:** Toda **función cuadrática** posee un **máximo** o un **mínimo**, que es el vértice de la parábola. Si la parábola tiene concavidad hacia arriba, el vértice corresponde a un **mínimo** de la **función**; mientras que, si la parábola tiene concavidad hacia abajo, el vértice será un **máximo**.  $F(X) = ax^2 + bx + c$



## Teorema de los valores máximos y mínimos, Aplicando Derivadas

Para calcularlos el **procedimiento** es el siguiente:

1. **Derivar** la **función**, obteniendo  $f'(x)$ .
2. Hallar las **raíces** de la derivada, es decir, los valores de  $x$  tales que la derivada sea 0.

$$f'(x) = 0$$

Supongamos que las raíces de  $f'$  son  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ .

3. Se calcula la imagen de los extremos del intervalo ( $f(a)$  y  $f(b)$ ). También se calcula la imagen de las raíces ( $f(r_1), f(r_2), \dots, f(r_n)$ ).
4. El **máximo y mínimo absolutos** de  $f$  serán:

$$\text{Máximo absoluto de } f = \max\{f(a), f(b), f(r_1), f(r_2), \dots, f(r_n)\}$$

$$\text{Mínimo absoluto de } f = \min\{f(a), f(b), f(r_1), f(r_2), \dots, f(r_n)\}$$



**Ejemplo:** Calcular el máximo o mínimo de la función  $f(x) = -x^2 + 4x$

Paso 1:  $f(x) = -x^2 + 4x$ , la derivada  $f'(x) = -2x + 4$

Paso 2: hallar las raíces de la derivada  $-2x + 4 = 0 \rightarrow -2x = -4 \text{ } /:2 \rightarrow x = 2$  (eje de simetría)

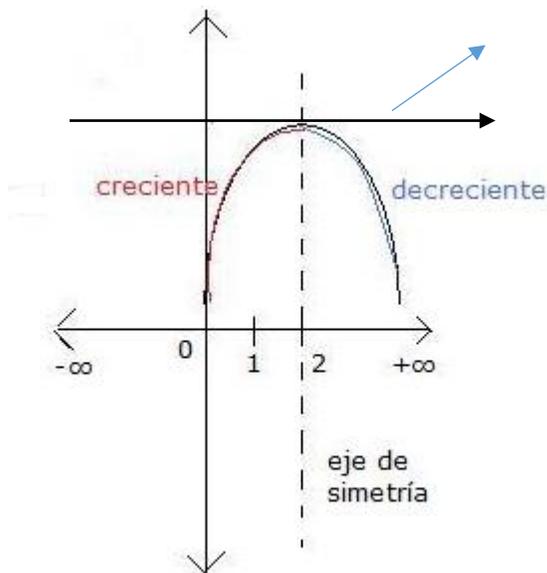
Paso 3: tomemos dos números enteros  $1 < 2 < 3$ , como extremos y calculemos su imagen para determinar si es un máximo o mínimo

Si  $x = 1 \rightarrow f(1) = -2(1) + 4 = 2$  (es un número positivo +) la curva va creciendo

Si  $x = 3 \rightarrow f(3) = -2(3) + 4 = -2$  (es un número negativo -) la curva va decreciendo

Por lo que podemos determinar que es máximo

Recta tangente a la curva (derivada)  
 $m = 0$



Paso 4 : cálculo del máximo, para ello aplicamos la función inicial  $f(x) = -x^2 + 4x$  para obtener la imagen de  $f(2)$

Si  $x = 2 \rightarrow f(2) = -(2)^2 + 4(2) = -4 + 8 = 4$

Por lo tanto, la coordenada del punto máximo es  $(2, 4)$

**Ejemplo2:** Calcular el máximo o mínimo de la función  $f(x)=x^2-6x$

**Paso 1:**  $f(x)=x^2-6x$ , la derivada  $f'(x)=2x-6$

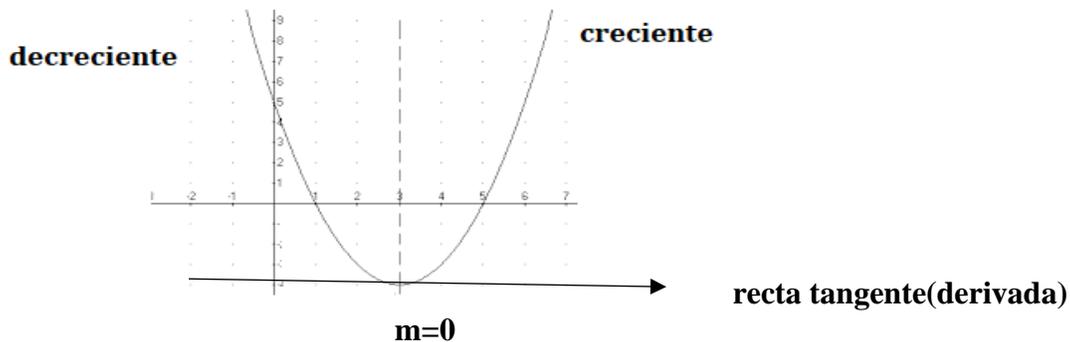
**Paso 2:** hallar las raíces de la derivada  $2x-6=0 \rightarrow 2x=6 /:2 \rightarrow x=3$  (eje de simetría)

**Paso 3:** tomemos dos números enteros  $2 < 3 < 4$ , como extremos y calculemos su imagen para determinar si es un máximo o mínimo

Si  $x=2 \rightarrow f(2)=2(2)-6=-2$  (es un numero negativo -) la curva va decreciendo

Si  $x=4 \rightarrow f(4)=2(4)-6=2$  (es un numero positivo +) la curva va creciendo

Por lo que podemos determinar que es un mínimo



**Paso 4:** cálculo del mínimo, para ello aplicamos la función inicial  $f(x)=x^2-6x$  para obtener la imagen de  $f(3)$

Si  $x=3 \rightarrow f(3)=(3)^2-6(3)=9-18=-9$

Por lo tanto, la coordenada del punto mínimo es  $(3,-9)$



Ejemplo3: Calcular el máximo o mínimo de la función  $f(x) = x^2 - 7x + 6$

Paso 1:  $f(x) = x^2 - 7x + 6$ , la derivada  $f'(x) = 2x - 7$

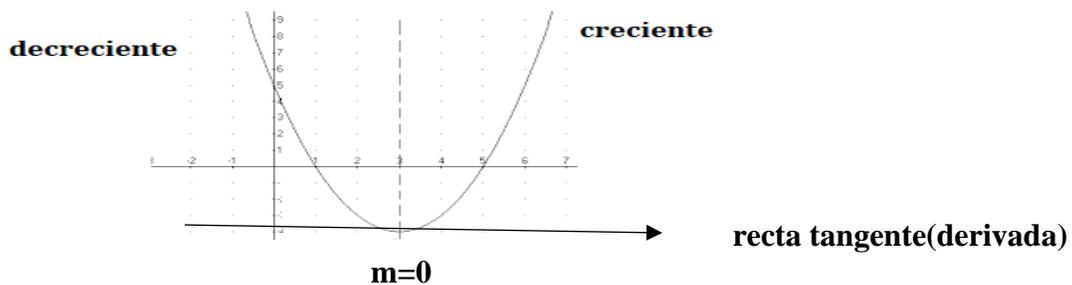
Paso 2: hallar las raíces de la derivada  $2x - 7 = 0 \rightarrow 2x = 7 \text{ } /:2 \rightarrow x = 3,5$  (eje de simetría)

Paso 3: tomemos dos números enteros  $3 < 3,5 < 4$ , como extremos y calculemos su imagen para determinar si es un máximo o mínimo

Si  $x = 3 \rightarrow f(3) = 2(3) - 7 = -1$  (es un número negativo -) la curva va decreciendo

Si  $x = 4 \rightarrow f(4) = 2(4) - 7 = 1$  (es un número positivo +) la curva va creciendo

Por lo que podemos determinar que es un mínimo



Paso 4: cálculo del mínimo, para ello aplicamos la función inicial  $f(x) = x^2 - 7x + 6$  para obtener la imagen de  $f(3,5)$

Si  $x = 3 \rightarrow f(3,5) = (3,5)^2 - 7(3,5) + 6 = 12,25 - 24,5 + 6 = -6,25$

Por lo tanto, la coordenada del punto mínimo es  $(3,5; -6,25)$



Actividad determina el máximo o mínimo según corresponde en las siguientes funciones cuadráticas aplicando derivadas y, graficando en cada caso (desarróllalos en tu cuaderno)

1.  $f(x) = X^2 + 6X + 9$

Paso 1:  $f(x) = X^2 + 6X + 9$ , la derivada es:

Paso 2: hallar las raíces de la derivada

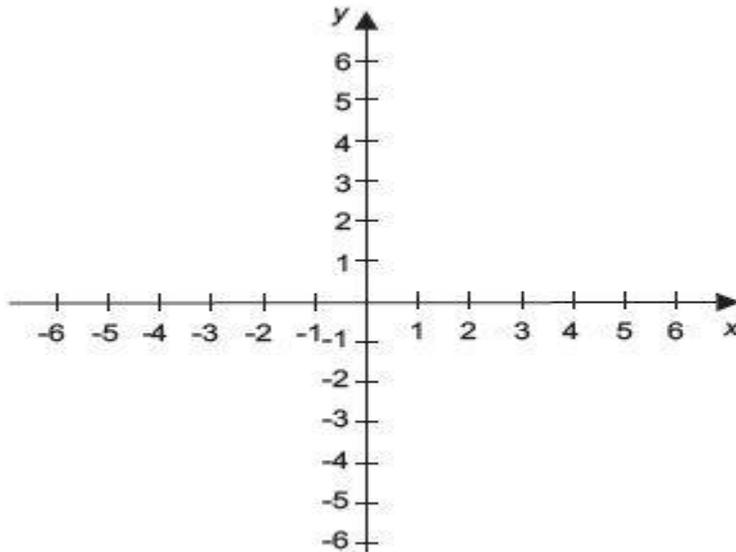
Paso 3: tomemos dos números enteros  $\_\_\_ < \_\_\_\_\_\_ < \_\_\_$ , como extremos y calculemos su imagen para determinar si es un máximo o mínimo

Si  $x = \_\_\_ \rightarrow f(\_\_\_) = \_\_\_\_\_\_$  (es un numero  $\_\_\_\_\_\_$ ) la curva va

Si  $x = \_\_\_ \rightarrow f(\_\_\_) = \_\_\_\_\_\_$  (es un numero  $\_\_\_\_\_\_$ ) la curva va

Por lo que podemos determinar que es un mínimo

Esboza la grafica



Paso 4: cálculo del mínimo, para ello aplicamos la función inicial:  $f(x) = X^2 + 6X + 9$  para obtener la imagen de  $f(\_\_\_)$

Si  $x = \_\_\_ \rightarrow f(\_\_\_) = \_\_\_\_\_\_$

Por lo tanto, la coordenada del punto  $\_\_\_\_\_\_$  es (  $\_\_\_\_\_\_$  )



**Colegio Parroquial  
Andacollo**

***Fe, Deber, Lealtad***

**Continua de igual forma calculando máximos y mínimos**

**2.  $f(x) = X^2 + 8X$**

**3.  $y = X^2 + 6X + 9$**

**4.  $f(x) = X^2 - 4x - 12$**

**5.  $f(x) = 8x - 2x^2$**

**6.  $y = -x^2 - 8x + 12$**